Exercices de cinématique de solide indéformable

Exercice I : Roue de manège

On considère une roue de manège qui est représentée dans la figure en- dessous. La roue (D), de centre C et de rayon R, et située dans un plan mobile et perpendiculaire sur le plan $\left(O,\ \vec{i}_0,\ \vec{j}_0\right)$ du repère fixe $\Re_o\left(O,\ \vec{i}_0,\ \vec{j}_0,\ \vec{k}_0\right)$. La roue est liée au solide de référence par l'intermédiaire d'une tige CH. La tige est perpendiculaire sur l'axe $\left(O\vec{k}_0\right)$ et tourne autour de lui par l'angle ψ dont l'extrémité H est fixe et l'autre extrémité se déplace suivant le vecteur $\vec{u}$ d'une manière $CH = \rho\vec{u}$, ρ varie au cours de temps, le repère $\Re_1\left(\ \mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v},\ \vec{k}_o\right)$ est lié à la tige. La roue reste en contact avec le plan $\left(O,\ \vec{i}_0,\ \vec{j}_0\right)$ en I, et tourne autour de l'axe (CH) par l'angle θ, le repère $\Re_2\left(\ \mathrm{C},\ \vec{u},\ \vec{i},\ \vec{k}\right)$ est lié à la roue.

Toutes les grandeurs doivent s'exprimer dans le repère $\Re_1\left(\ \mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v},\ \vec{k}_o\right)$

1. Déterminer le nombre de degrés de liberté de la tige CH
2. Déterminer le nombre de degrés de liberté de la roue (D).
3. Déterminer le vecteur de rotation de la tige par rapport au $\Re_o$
4. Déterminer le vecteur de rotation de la roue par rapport au $\Re_o$
5. Exprimer la vitesse de C et son accélération par rapport au $\Re_o$
6. On considère un point M de la surface de la roue telle que $CM = r\vec{i}$, exprimer la vitesse de M et son accélération par rapport au $\Re_o$
7. Exprimer les vitesses de point de contact I, $\vec{v}(I \in D/\Re_0)$, $\vec{v}(I_{géomé}/\Re_0)$ et $\vec{v}(I_{géomé}/\Re_2)$
8. Déduire la condition du roulement sans glissement du disque.

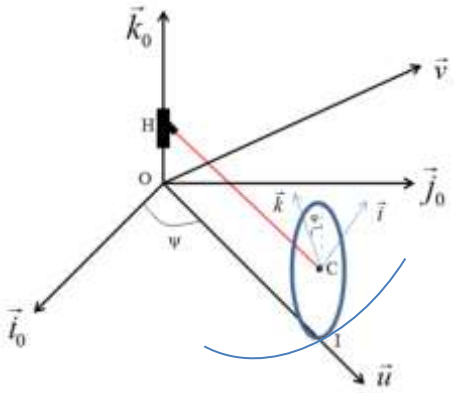

Figure 1 : Roue de manège